

8 Annexes

Ces annexes ne proposent pas un corrigé des épreuves, mais rassemblent les commentaires, question par question, des épreuves écrites par matière et pas filière. Les énoncés sont disponibles sur le site du concours à l'adresse :

www.concoursminespontois.fr

A Mathématiques 1 MP/MPI

Q1 - La méthode la plus simple consiste à utiliser la concavité de la fonction logarithme népérien, mais il ne fallait pas oublier de traiter à part le cas x , ou y , nul.

Q2 - Le cas particulier $E(X^p) = E(Y^q) = 1$ se déduisait de la question précédente. Dans le passage au cas général, le cas $E(X^p)$ ou $E(Y^q)$ nulle devait être aussi envisagé à part.

Q3 - Dans la démonstration de l'inégalité de Cauchy-Schwarz, que nous n'avons pas vue dans plus d'une copie sur deux, on obtient un polynôme du second degré si le coefficient du terme de degré 2 n'est pas nul, ici aussi c'était un cas particulier à évoquer.

Q4 - L'inégalité demandée se démontrait assez facilement en utilisant les développements en série entière, mais pour avoir tous les points, un minimum de justification de l'inégalité entre les coefficients était attendu.

Q5 - On attendait l'évocation de l'indépendance des variables aléatoires $e^{tc_i X_i}$, déduite de celle des variables X_i , sans qu'il soit exigé de mentionner le lemme des coalitions.

Q6 - L'inégalité de Markov était indiquée, elle était en général bien connue mais souvent mal appliquée.

Q7 - L'égalité

$$P(|x \sum_{i=1}^n c_i X_i| > tx) = P(\exp(|x \sum_{i=1}^n c_i X_i|) > e^{tx})$$

n'était pas souvent justifiée, au mieux on évoquait la croissance, et pas la croissance stricte, de la fonction exponentielle.

On en déduisait une inégalité, puis on utilisait la valeur de x qui donnait la majoration la plus fine. Il était admis de donner sans justification $x = \frac{t}{\sum_{i=1}^n c_i^2}$ après un travail au brouillon sur le trinôme.

On passait ensuite à l'objet principal du sujet, les inégalités de Khintchine.

Q8 - Cette question a été en général très mal traitée. La fonction intégrée est continue par morceaux sur \mathbf{R}_+ (mais pas continue, comme on l'a souvent lu) ce qui réglait la question de la borne 0. Pour la borne $+\infty$, il suffisait de remarquer que l'intégrande était nulle à partir d'une certaine valeur. La fin de la question était plus délicate elle a été assez peu abordée et nous avons trouvé des raisonnements dénués de sens.

Q9 - Cette question commençait par une étude très classique de convergence d'intégrale, mais pour avoir le maximum il ne fallait pas oublier de mentionner que la fonction intégrée était continue. La fin de la question, avec l'utilisation des questions 8 puis 7 a été souvent réussie.

Q10 - Le calcul algébrique initial a été souvent fait correctement, il ne fallait pas négliger ensuite de donner un minimum de justification pour l'espérance des variables aléatoires X_i et X_i^2 .

Q11 - Q12 - Ces deux questions ont été en général sautées, sauf dans les très bonnes copies et celles de niveau très faible, dans lesquelles on trouvait la totalité des questions, mais tout était faux. Les copies de ces deux types étaient rares.

Q13 - On pouvait déterminer l'expression explicite de θ ou utiliser le théorème des valeurs intermédiaires, mais dans les deux cas il était important de bien justifier l'appartenance de θ à l'intervalle $]0, 1[$.

Q14 - Q15 - Ces questions, qui étaient très techniques ont été très peu abordées, les candidats étant attirés par la question 17, ce qui est tout à fait normal puisqu'on se retrouvait en terrain plus familier. Certains ont vu une équivalence de normes et ont invoqué la dimension finie. Il est vrai que, puisque Ω est fini, $L^0(\Omega)$ est de dimension finie, mais cela n'est pas un résultat du cours et pour être pris en compte il fallait le démontrer, ce que nous n'avons pratiquement jamais vu. Les démonstrations directes dans l'esprit du sujet rédigées correctement n'ont pas été très nombreuses.

Q16 - Cette question était une simple récapitulation des deux précédentes, mais probablement en raison de sa position en fin de partie et juste avant la question 17, elle n'a pas eu beaucoup de succès. Certains n'ont pas vu la différence avec la question précédente.

Q17 - La question a été abordée par presque tous les candidats, et quasiment tous ont justifié correctement que ϕ était bilinéaire symétrique et positive. La justification de définie positive était plus nuancée, mais quand même globalement correcte.

Q18 - Cette question se traitait avec la même technique que la question 10, on l'a trouvée dans un bon nombre de copies, souvent correctement faite.

Q19 - La fin de cette partie consistait à aller chercher les bonnes questions à utiliser, ce qui supposait une vue d'ensemble du sujet, ce qui n'est pas facile pour une épreuve de trois heures.

Q20 - Q21 - Les deux dernières questions n'ont été abordées que par les très bons candidats, les meilleurs d'entre eux arrivant même à les traiter complètement. On les trouvait également dans des copies (heureusement peu nombreuses) qui touchaient à toutes les questions du sujet, n'en résolvaient quasiment aucune correctement et trouvaient mystérieusement une solution fautive aux deux dernières questions.

[↑RETOUR](#)