

# Progression

1. Calendrier prévisionnel .....	1
2. Contenus des différents chapitres .....	2

## 1. Calendrier prévisionnel

semaine -1	1-6 sept.	Dénombrément et probabilités : révisions de MP2I	
semaine 0	8-13 sept.	Espaces vectoriels et applications linéaires : révisions de MP2I	DS 1
semaine 1	15-20 sept.	Réduction des endomorphismes I	Colle 1
semaine 2	22-27 sept.	Espaces vectoriels normés I	Colle 2
semaine 3	29 sept.-4 oct.	Fonctions de la variable réelle à valeurs dans $\mathbf{R}$ : révisions de MP2I	DS 2
semaine 4	6-11 oct.	Espaces vectoriels normés II	Colle 3
semaine 5	13-18 oct.	Intégration sur un intervalle quelconque	Colle 4
Vacances de la toussaint			
semaine 6	3-8 nov.	Espaces vectoriels normés III	DS 3 et Colle 5
semaine 7	10-15 nov.	Procédés sommatoires discrets	Colle 6
semaine 8	17-22 nov.	Probabilités I	Colle 7
semaine 9	24-29 nov.	Suites et séries de fonctions I	DS 4
semaine 10	1-6 déc.	Fonctions de la variable réelle à valeurs vectorielles	Colle 8
semaine 11	8-13 déc.	Calcul différentiel I	Colle 9
semaine 12	15-20 déc.	Structures algébriques	DS 5
Vacances de Noël			
semaine 13	5-10 jan.	Équations différentielles linéaires : révisions de MP2I	Colle 10
semaine 14	12-17 jan.	Suites et séries de fonctions II	DS 6
semaine 15	19-24 jan.	Réduction des endomorphismes II	Colle 11
semaine 16	26-31 jan.	Séries entières	Colle 12
semaine 17	2-7 fév.	Intégrales à paramètre	DS 7 et Colle 13
semaine 18	9-14 fév.	Espaces préhilbertiens réels : révisions de MP2I	Colle 14
Vacances de février			
semaine CB	2-7 mars	Équations différentielles linéaires	DS 8
semaine 19	9-14 mars	Probabilités II	Colle 15
semaine 20	16-21 mars	Endomorphismes des espaces euclidiens	Colle 16
semaine 21	23-28 mars	Calcul différentiel II	DS 9 et Colle 17
semaine 22	30 mars-4 avril	Révisions	

## 2. Contenus des différents chapitres

1. Dénombrement et probabilités : révisions de MP2I
  - 1.1. Application
  - 1.2. Injection, surjection, bijection
  - 1.3. Ensembles finis
  - 1.4. Synthèse des résultats sur les ensembles finis
  - 1.5. Univers, événements, variables aléatoires
  - 1.6. Espaces probabilisés finis
  - 1.7. Probabilités conditionnelles
  - 1.8. Loi d'une variable aléatoire
  - 1.9. Événements indépendants
  - 1.10. Variables aléatoires indépendantes
  - 1.11. Espérance d'une variable aléatoire réelle ou complexe
  - 1.12. Variance d'une variable aléatoire réelle, écart type et covariance
  - 1.13. Inégalités probabilistes
  - 1.14. Loi uniforme sur un ensemble fini
  - 1.15. Loi de Bernoulli
  - 1.16. Loi binomiale
2. Espaces vectoriels et applications linéaires : révisions de MP2I
  - 2.1. Notion de  $K$ -espace vectoriel
  - 2.2. Sous-espaces vectoriels
  - 2.3. Familles remarquables finies de vecteurs
  - 2.4. Familles remarquables de vecteurs
  - 2.5. Dimension finie
  - 2.6. Applications linéaires
  - 2.7. Matrices d'applications linéaires
  - 2.8. Matrices
  - 2.9. Hyperplans et formes linéaires
  - 2.10. Déterminant
3. Réduction des endomorphismes et des matrices  $I$ 
  - 3.1. Compléments d'algèbre linéaire
  - 3.2. Éléments propres d'un endomorphisme
  - 3.3. Éléments propres d'une matrice carrée
  - 3.4. Polynôme caractéristique
  - 3.5. Diagonalisabilité
  - 3.6. Trigonalisabilité
  - 3.7. Nilpotence
4. Espaces vectoriels normés  $I$ 
  - 4.1. Normes et espaces vectoriels normés
  - 4.2. Suites d'éléments d'un espace vectoriel normé
  - 4.3. Topologie d'un espace vectoriel normé
  - 4.4. Étude locale d'une application et continuité
5. Fonctions de la variable réelle à valeurs dans  $\mathbf{R}$  : révisions de MP2I
  - 5.1. Continuité sur un intervalle
  - 5.2. Nombre dérivé, fonction dérivée
  - 5.3. Extremum local et point critique
  - 5.4. Théorèmes de Rolle et des accroissements finis
  - 5.5. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$
  - 5.6. Généralités sur les fonctions convexes

- 5.7. Fonctions convexes dérivables, deux fois dérivables
- 5.8. Quatre inégalités classiques
- 6. Espaces vectoriels normés II
  - 6.1. Complément sur la notion de valeur d'adhérence
  - 6.2. Compacité
  - 6.3. Applications continues sur une partie compacte
  - 6.4. Connexité par arcs
- 7. Intégration sur un intervalle quelconque
  - 7.1. Survol de la construction de l'intégrale de Riemann d'une fonction continue sur un segment
  - 7.2. Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment
  - 7.3. Fonctions continues par morceaux sur un intervalle
  - 7.4. Études asymptotiques d'intégrales partielles
  - 7.5. Intégrales généralisées sur un intervalle de la forme  $[a, +\infty[$
  - 7.6. Intégrabilité sur un intervalle de la forme  $[a, +\infty[$
  - 7.7. Intégration sur un intervalle quelconque
  - 7.8. Intégrabilité sur un intervalle quelconque
  - 7.9. Intégration des relations de comparaison
- 8. Espaces vectoriels normés III
  - 8.1. Applications linéaires et multilinéaires continues
  - 8.2. Comparaison des normes et conséquences sur les topologies
  - 8.3. Espaces vectoriels normés de dimension finie
- 9. Procédés sommatoires discrets
  - 9.1. Séries à valeurs dans un espace vectoriel normé
  - 9.2. Séries à termes réels positifs ou nuls
  - 9.3. Technique de comparaison série-intégrale
  - 9.4. Séries absolument convergentes
  - 9.5. Exponentielle d'un endomorphisme d'un  $\mathbf{K}$ -espace vectoriel de dimension finie, d'une matrice
  - 9.6. Règle de d'Alembert
  - 9.7. Théorème des séries alternées
  - 9.8. Transformation d'Abel (HP)
  - 9.9. Sommation des relations de comparaison
  - 9.10. Développement des sommes partielles de la série harmoniques (HP)
  - 9.11. Théorème de Cesàro
  - 9.12. Familles sommables de réels positifs ou nuls
  - 9.13. Familles sommables de complexes
- 10. Probabilités I
  - 10.1. Ensembles dénombrables
  - 10.2. Tribu et espaces probabilisables
  - 10.3. Probabilités et espaces probabilisés
  - 10.4. Espaces probabilisés discrets
  - 10.5. Probabilités conditionnelles
  - 10.6. Événements indépendants
  - 10.7. Suite infinie de lancers de pièce, motivation de l'introduction des tribus (HP)
  - 10.8. Variable aléatoire discrète et loi d'une telle
  - 10.9. Variables aléatoires indépendantes
  - 10.10. Loi de Poisson
  - 10.11. Loi géométrique
- 11. Suites et séries de fonctions I
  - 11.1. Convergence simple d'une suite de fonctions
  - 11.2. Convergence uniforme d'une suite de fonctions

- 11.3. Convergence uniforme dans le cas où les fonctions sont bornées
- 11.4. Un critère séquentiel de non-convergence uniforme
- 11.5. Passage du local pour la convergence simple, mais pas pour la convergence uniforme
- 11.6. Synthèse sur la convergence d'une suite de fonctions définies sur une partie de  $\mathbf{R}$
- 11.7. La convergence simple n'est pas associée à une norme (HP)
- 11.8. Convergence simple d'une série de fonctions
- 11.9. Convergence uniforme d'une série de fonctions
- 11.10. Convergence uniforme d'une série de fonctions et convergence uniforme de la suite des restes vers la fonction nulle
- 11.11. Convergence normale d'une série de fonctions bornées
- 11.12. Synthèse sur la convergence d'une séries de fonctions bornées sur une partie de  $\mathbf{R}$
- 11.13. Deux résultats d'approximation uniforme
- 12. Fonctions de la variable réelle à valeurs vectorielles
  - 12.1. Dérivabilité en un point
  - 12.2. Opérations sur les fonctions dérivables
  - 12.3. Fonctions vectorielles de classe  $\mathcal{C}^k$
  - 12.4. Fonctions vectorielles continues par morceaux sur un segment
  - 12.5. Intégration d'une fonction vectorielle continue par morceaux sur un segment
  - 12.6. Intégrale fonction de sa borne supérieure
  - 12.7. Formules de Taylor
- 13. Calcul différentiel I
  - 13.1. Rappels sur la continuité
  - 13.2. Graphe d'une fonction de deux variables réelles à valeurs réelles
  - 13.3. Dérivée selon un vecteur et dérivées partielles
  - 13.4. Différentielle
  - 13.5. Différentiabilité de fonctions d'un ouvert de  $\mathbf{R}^n$  dans  $\mathbf{R}^p$
  - 13.6. Opérations sur les fonctions différentiables
  - 13.7. Applications de classe  $\mathcal{C}^1$
  - 13.8. Deux méthodes classiques pour étudier la différentiabilité
  - 13.9. Applications de classe  $\mathcal{C}^k$
- 14. Structures algébriques
  - 14.1. Rappels sur les groupes
  - 14.2. Rappels sur les sous-groupes
  - 14.3. Rappels sur les morphismes de groupes
  - 14.4. Sous-groupes additifs de  $\mathbf{Z}$
  - 14.5. Sous-groupes engendrés par une partie
  - 14.6. Le groupe  $(\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}, +)$
  - 14.7. Classification des groupes monogènes
  - 14.8. Théorème de Lagrange (HP)
  - 14.9. Ordre d'un élément dans un groupe
  - 14.10. Rappels sur les anneaux
  - 14.11. Rappels sur les sous-anneaux
  - 14.12. Rappels sur les morphismes d'anneaux
  - 14.13. Compléments sur les anneaux
  - 14.14. Idéaux de  $\mathbf{Z}$
  - 14.15. L'anneau  $(\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}, +, \times)$
  - 14.16. L'anneau  $(\mathbf{K}[X], +, \times)$
  - 14.17.  $\mathbf{K}$ -algèbres
- 15. Équations différentielles linéaires : révisions de MP2I
  - 15.1. Équations différentielles linéaires d'ordre 1
  - 15.2. Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants
- 16. Suites et séries de fonctions II

- 16.1. Continuité et double limite
- 16.2. Intégration d'une limite uniforme sur un segment
- 16.3. Dérivation de suites de fonctions, de séries de fonctions
- 16.4. Étude de la fonction  $\zeta$  de Riemann sur  $]1, +\infty[$  (HP)
- 17. Réduction des endomorphismes et des matrices II
  - 17.1. Polynômes d'un endomorphisme, d'une matrice carrée
  - 17.2. Lemme de décomposition des noyaux
  - 17.3. Endomorphismes cycliques et matrices compagnons (HP)
  - 17.4. Théorème de Cayley-Hamilton
  - 17.5. Polynômes annulateurs et réduction
  - 17.6. Sous-espaces caractéristiques d'un endomorphisme à polynôme caractéristique scindé sur le corps de base
- 18. Séries entières
  - 18.1. Notion de série entière et problématique
  - 18.2. Rayon de convergence d'une série entière
  - 18.3. Calcul pratique du rayon de convergence
  - 18.4. Somme et produit de Cauchy de séries entières
  - 18.5. Continuité de la somme d'une série entière de la variable complexe
  - 18.6. Théorème d'Abel radial
  - 18.7. Régularité de la somme d'une série entière de la variable réelle
  - 18.8. Fonctions développables en série entière et développements usuels
- 19. Intégrales à paramètre
  - 19.1. Théorème de convergence dominée
  - 19.2. Variante continue du théorème de convergence dominée
  - 19.3. Théorèmes d'intégration terme à terme de Lebesgue
  - 19.4. Intégrales à paramètre : problématique et exemple
  - 19.5. Continuité d'une intégrale à paramètre
  - 19.6. Dérivée d'une intégrale à paramètre
  - 19.7. Dérivées d'ordre supérieur d'une intégrale à paramètre
  - 19.8. Étude de la fonction  $\Gamma$  d'Euler (HP)
- 20. Espaces préhilbertiens réels : révisions de MP2I
  - 20.1. Produit scalaire
  - 20.2. Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité
  - 20.3. Inégalité de Minkowski et cas d'égalité
  - 20.4. Norme associée à un produit scalaire
  - 20.5. Orthogonalité
  - 20.6. Bases orthonormées
  - 20.7. Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie
- 21. Équations différentielles linéaires
  - 21.1. Présentation des objets de l'étude : équation différentielle linéaire vectorielle d'ordre 1 (EDL1), système différentiel linéaire d'ordre 1 (SDL1), équation différentielle linéaire scalaire d'ordre  $n$  (EDLS $n$ )
  - 21.2. Champ de vecteurs d'un SDL1
  - 21.3. Réduction à l'étude des EDL1
  - 21.4. Mise sous forme intégrale d'un problème de Cauchy
  - 21.5. Principe de superposition et conséquence pour l'ensemble solution
  - 21.6. Théorème de Cauchy linéaire et conséquences
  - 21.7. Rappels et compléments sur l'exponentielle d'un endomorphisme, d'une matrice
  - 21.8. SDL1 homogène à coefficients constants
  - 21.9. Méthode de variation des constantes pour obtenir une solution particulière d'un SDL1
  - 21.10. Quelques méthodes pour résoudre un SDL1
  - 21.11. EDLS2

21.12. Une méthode générique pour résoudre une EDLS2

21.13. Exemples de résolutions d'équations différentielles linéaires non normalisées

## 22. Probabilités II

22.1. Espérance d'une variable aléatoire complexe

22.2. Variance d'une variable aléatoire réelle, écart type et covariance

22.3. Inégalités probabilistes et loi faible des grands nombres

22.4. Fonctions génératrices

## 23. Endomorphismes des espaces euclidiens

23.1. Adjoint d'un endomorphisme

23.2. Matrices orthogonales

23.3. Isométries vectorielles d'un espace euclidien

23.4. Isométrie vectorielle en dimension 2

23.5. Réduction des isométries

23.6. Réduction d'une isométrie vectorielle directe d'un espace euclidien de dimension 3

23.7. Endomorphismes autoadjoints d'un espace euclidien

23.8. Endomorphismes autoadjoints positifs, définis positifs

## 24. Calcul différentiel II

24.1. Vecteurs tangents à une partie d'un espace vectoriel normé de dimension finie

24.2. Optimisation : étude au premier ordre

24.3. Optimisation : étude au second ordre

## 25. Complétude (HP)

25.1. Suites de Cauchy

25.2. Espaces de Banach

25.3. Séries absolument convergentes

25.4. Théorème de la double limite en un point du bord

25.5. Théorème du point fixe de Banach-Picard

25.6. Théorème de Cauchy pour les équations différentielles linéaires