

Problème

1. Questions de cours.

Quelques candidats confondent suite et séries de fonctions.

Lorsqu'on utilise un théorème de comparaison de séries, il est important de préciser qu'il s'agit de séries à termes positifs.

2. Trop de majorations non uniformes (c'est-à-dire avec x) du reste.

L'erreur la plus fréquente est : $\left| \sum_{n=1}^{\infty} f_k(x) \right| \leq \sum_{n=1}^{\infty} |f_k(x)|$ sans préciser que cette inégalité est valable puisque la série de fonctions converge absolument.

3. On trouve parfois des majorations du type $|f_n(x)| \leq \frac{1}{n}$ pour justifier de la divergence absolue.

Là encore, trop de majorations non uniformes du reste.

4. Question peu réussie. Il suffisait de choisir la série entière $\sum x^n$.

Toutefois, il semble que deux points ne soient pas acquis :

- Une série entière converge absolument en tout point de son intervalle ouvert de convergence.
- Une série entière ne converge pas nécessairement sur son intervalle ouvert de convergence.

5. Question bien traitée. Toutefois, un candidat peut utiliser un théorème du programme (une suite convergente est bornée) sans avoir à le redémontrer.

6. Attention : il ne suffit pas que $f'(x_0) = 0$ pour que f atteigne son maximum en x_0 .

Erreur trop fréquente : $\left(\frac{n}{n+1} \right)^n$ équivaut à 1 !!

7. Encore des soucis de majoration non uniforme du reste.

La question 7c) semble être la plus difficile du sujet car il y a eu peu de bonnes réponses.

8. Cette question permettait de faire un bilan des questions précédentes ce qui n'a pas toujours été compris. Bien sûr, il n'était pas utile de tout redémontrer.

En ce qui concerne la question c), les séries de Bertrand étant hors programme, on attendait une démonstration.

9. Question facile et très largement correctement traitée, même si on rencontre des $CA \Rightarrow CU$ ou des $CU \Rightarrow CA$!
