

# Programme de la colle n°6 (18-22 novembre)

## Intégration sur un intervalle quelconque

1. Déroulement de la colle .....	1
2. Programme .....	1
3. Questions de cours .....	1

### 1. Déroulement de la colle

La colle comporte trois phases, pour les élèves de MPI et les élèves de MPI\*.

1. Rédaction d'une question de cours, parmi celles listées ci-dessous (5 points, 10 minutes maximum).
2. Calcul d'un développement limité ou d'un développement asymptotique à l'ordre 3 ou 4 (5 points, 10 minutes maximum).
3. Résolution d'exercices proposés par l'examineur (10 points) .

### 2. Programme

**§ Intégration sur un intervalle quelconque.** — *survol de la construction de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment, intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment, fonctions continues par morceaux sur un intervalle, études asymptotiques d'intégrales partielles, intégration sur un intervalle de la forme  $[a, +\infty[$ , intégrabilité sur un intervalle de la forme  $[a, +\infty[$ , intégration sur un intervalle quelconque, intégrabilité sur un intervalle quelconque, intégration des relations de comparaison.*

**À venir.** — § Espaces vectoriels normés 3, § Procédés sommatoires discrets.

### 3. Questions de cours

Les références indiquées renvoient au [polycopié de cours « Révisions sur l'analyse asymptotique »](#) et au [polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque »](#) .

1. Table des dix développements limités usuels [partie 8 du polycopié de cours « Révisions sur l'analyse asymptotique », énoncé].
2. Définition d'une intégrale convergente sur un intervalle quelconque et de sa valeur, cas échéant [définition 97 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé].
3. Intégrales de Riemann sur  $[1, +\infty[$  et sur  $]0, 1]$  [propositions 74 et 108 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncés et démonstration dans le cas  $[1, +\infty[$ ].
4. Propriété de la queue d'une intégrale convergente en  $+\infty$  [proposition 76 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncés et démonstration].
5. Propriétés de l'intégrale sur un intervalle quelconque [théorème 104 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé].
6. Théorème de domination pour les intégrales de fonctions positives sur  $[a, +\infty[$  [théorème 79 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé et démonstration].
7. Propriété remarquable des intégrales absolument convergentes sur  $[a, +\infty[$  [théorème 84 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé et démonstration].
8. L'intégrale  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$  est convergente, mais non-absolument convergente [Exercice 85 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé et démonstration].
9. Théorème de comparaison sur  $[a, +\infty[$  [théorème 86 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé et démonstration].
10. Théorème d'intégration par parties [théorème 112 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé]. Théorème de changement de variable [théorème 117 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé écrit au tableau d'un des deux cas et modification de cet énoncé à l'oral pour l'autre cas].
11. Intégration des  $o$  [théorème 136 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », énoncé]. Intégration des équivalents [corollaire 138 du polycopié de cours « Intégration sur un intervalle quelconque », modification de l'énoncé précédent à l'oral].