

OPTIMISATION

par David Blottière, le 29 mars 2024 à 06h20

TD

19

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 1

Soit f l'application de \mathbf{R}^2 dans \mathbf{R} définie par :

$$f : (x, y) \mapsto 4x^2 + 12xy - y^2$$

et $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 = 13\}$.

Q1. — Justifier que f atteint un maximum et un minimum sur C .

Q2. — Déterminer le maximum et le minimum de f sur C .

□

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 2

Étudier les extremas locaux et globaux de la fonction :

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R} \\ (x, y) \longmapsto (x^2 + y^2) e^{x^2 - y^2}. \end{array} \right.$$

□

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 3

Étudier les extremas locaux et globaux de la fonction :

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R} \\ (x, y) \longmapsto x^4 + y^4 - 2(x - y)^2. \end{array} \right.$$

□

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 4

Soit $a > 0$, f l'application définie par :

$$f \left| \begin{array}{l}]0, +\infty[^n \longrightarrow \mathbf{R} \\ (x_1, \dots, x_n) \longmapsto \sum_{i=1}^n x_i \ln(x_i) \end{array} \right.$$

$$\text{et } \Sigma := \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in]0, +\infty[^n : \sum_{i=1}^n x_i = a \right\}.$$

Étudier les extrema locaux et globaux de f sur Σ .

□

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 5

Étudier les extrema globaux de la fonction f définie par :

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R} \\ (a, b, c) \longmapsto \int_0^1 (t^3 - at^2 - bt - c)^2 dt. \end{array} \right.$$

□

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE 6

Soit la fonction f définie par :

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R} \\ (x, y) \longmapsto x^4 + y^4 - 4xy. \end{array} \right.$$

Q1. — Démontrer que f possède un minimum global, mais pas de maximum global.

Q2. — Déterminer le minimum global de f , ainsi que les points de \mathbf{R}^2 en lesquels il est atteint.

□