

1.2 – épreuves écrites

1.2 A - MATHÉMATIQUES I - filière MP

I) LE SUJET

Il s'agit d'étudier la classique décomposition de Dunford d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie sur le corps des complexes. Puis on fait établir le critère de diagonalisation de Clarès.

Le problème porte donc sur une grande partie du programme d'algèbre linéaire de seconde année.

II) LES RESULTATS OBTENUS

Le problème est très progressif et sans difficulté majeure. Les candidats connaissant bien le cours ont trouvé de nombreuses questions à leur portée. Les très bons candidats ont traité la majeure partie du problème.

Il semble donc au jury que cette épreuve permet de bien classer les candidats par ordre de mérite.

La moyenne générale au niveau de la banque de notes est de l'ordre de 8,4. L'écart type est de l'ordre de 4,46

III) COMMENTAIRE DETAILLE

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladroresses fréquemment commises.

Question 1 : Confusion fréquente entre sous-espace propre et espace caractéristique. Un endomorphisme n'est pas diagonalisable en général. Les conditions de validité du théorème de décomposition des noyaux ne sont pas toujours établies.

Question 2 : Confusion fréquente entre polynômes minimal et annulateur ainsi qu'entre polynômes minimal et caractéristique.

Question 3 : Polynôme caractéristique scindé donc endomorphisme diagonalisable ! Une base quelconque de trigonalisation ne permet pas en général d'obtenir le résultat demandé.

Question 5 : Le calcul est rarement mené jusqu'à son terme.

Question 7 : Des erreurs de calcul. Des candidats oublient de justifier qu'ils ont bien trouvé toutes les valeurs propres.

Question 8. De nombreuses tentatives d'escroquerie.

Question 10. Le fait qu'un endomorphisme commutant avec tous les autres est nécessairement une homothétie doit être prouvé.

Question 13. L'application b ne définit pas un produit scalaire hermitien.

Question 14. De nombreuses tentatives d'escroquerie.

Question 15. Confusion avec le cours sur le produit scalaire. Une matrice carrée symétrique à coefficients complexes n'est pas forcément diagonalisable.

IV) RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne. Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié. En revanche toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante.