Programme de colle
Calcul de primitives
Équations différentielles linéaires

§ 1 Déroulement de la colle

La colle comporte deux phases.

(1) Rédaction d'une question de cours **(8 points • 20 minutes maximum)** : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.

(2) Résolution d'exercices proposés par l'examinateur **(12 points)** : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

§ 2 Programme

Chapitre 9 • Calcul de primitives • [PDF]

- Rappel de la notion d'intégrale
- Primitive d'une fonction
- Calcul d'intégrales

Chapitre 10 • Équations différentielles linéaires [PDF]

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

§ 3 À venir

Chapitre 11 • Nombres réels et suites numériques

§ 4 Questions de cours

Q1 — Table des 14 primitives usuelles et des 17 primitivations par reconnaissance d'une dérivée de composée [PDF].

Q2 — Théorème sur les sommes de Riemann [C9.14, énoncé, figure]. Calcul de $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(t)\,\mathrm{d}t$ avec des sommes de Riemann [C9.19].

Q3 — Définition d'une primitive d'une fonction [C9.20]. Calcul d'une primitive de $f\colon x \longmapsto \cos(3x)e^{-2x}$ [C9.25].

Q4 — Description de toutes les primitives d'une fonction sur un intervalle [C9.26, énoncé, démonstration]. Calcul d'une primitive de $f\colon x \longmapsto \dfrac{1}{x^2+x+1}$ en détaillant les calculs à partir de la forme canonique de X^2+X+1 [C9.30 (40)]

Q5 — Théorème fondamendal de l'analyse [C9.27, énoncé] et Corollaire [C9.28, énoncé]. Calcul de $\int_0^{\pi/3} \sin^3(t)\, dt$ [C9.40 (22)].

Q6 — Primitivation de l'inverse d'un trinôme du second degré [C9.38, énoncé, démonstration].

Q7 — Intégration par parties [C9.41, énoncé, démonstration]. Calcul de $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{\sin(t)}\, dt$ par changement de variable [C9.44 (5)].

Q8 — Intégration par changement de variable [C9.43, énoncé, démonstration]. Calcul d'une primitive de Arcsin par intégration par parties [C9.42 (7)].

Q9 — Principe de superposition pour une EDL1 [C10.18, énoncé]. Détermination des fonctions $y \in \mathscr{C}^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$ telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x\, y'(x) - y(x) = 0$ [C10.17, énoncé].

Q10 — Ensemble solution d'une EDLH1 [C10.14, énoncé, démonstration].

Q11 — Méthode de variation de la constante pour une EDL1 [C10.21, énoncé, démonstration dans le cas général (à reproduire à chaque application)]. Description de l'ensemble solution d'une EDL1 [C10.19, énoncé]

Q12 — Théorème de Cauchy pour une EDL1 [C10.24, énoncé, démonstration]. Conséquence géométrique [C10.29(1), énoncé, démonstration].

Q13 — Principe de superposition pour une EDLCC2 [C10.40, énoncé, démonstration]. Détermination des fonctions $y \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y''(x) + 9\, y(x) = x$.

Q14 — Ensemble solution d'une EDLCCH2 dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ [C10.43, énoncé, démonstration en admettant le lemme C10.42].

Q15 — Ensemble solution d'une EDLCCH2 dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ [C10.45, énoncé]. Détermination des fonctions $y \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y''(x) - 2\, y'(x) + 5\, y(x) = 0$.

Q16 — Description de l'ensemble solution d'une EDLCC2 [C10.49, énoncé, démonstration]. Détermination des fonctions $y \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y''(x) - 6\, y'(x) + 9\, y(x) = 7$.

Q17 — Solution particulière d'une EDLCC2 ayant un second membre « polynôme-exponentielle » [C10.51, énoncé]. Détermination des fonctions $y \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y''(x) - y(x) = \mathrm{ch}(x)$.

Q18 — Théorème de Cauchy pour les EDLCC2 [C10.53, énoncé]. Si $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ sont deux courbes intégrales d'une même EDLCC2 qui se coupent un point $A(x_0, y_0)$ avec même tangente au point A, alors $\mathscr{C}_1 = \mathscr{C}_2$.

§ 5 Après la colle

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examinateur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.