

# PROGRAMME DE COLLE

## FONCTION DE LA VARIABLE RÉELLE À VALEURS DANS $\mathbb{R}$

### § 1 DÉROULEMENT DE LA COLLE

La colle comporte deux phases.

- (1) Rédaction d'une question de cours (**8 points • 20 minutes maximum**) : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.
- (2) Résolution d'exercices proposés par l'examineur (**12 points**) : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

### § 2 PROGRAMME

#### Chapitre 8 • Fonctions de la variables réelles à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ • [PDF]

- Ensemble de définition d'une fonction
- Représentation graphique d'une fonction
- Parité et périodicité
- Opérations sur les fonctions
- Monotonie et stricte monotonie
- Fonction minorée, majorée, bornée
- Dérivée d'une fonction
- Dérivées des premières fonctions usuelles
- Opérations sur les fonctions dérivables
- Critères différentiels de monotonie et de stricte monotonie
- Fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  et dérivées d'ordre supérieur
- Fonction exponentielle
- Fonction logarithme népérien
- Fonctions puissances
- Fonctions logarithmes de base  $a$  où  $a > 1$
- Fonctions hyperboliques : ch, sh, th
- Fonctions circulaires réciproques : Arccos, Arcsin, Arctan
- Nouveaux exemples de formules de dérivée d'une composée
- Compléments sur les études de fonctions

### § 3 À VENIR

#### Chapitre 9 • Calcul de primitives

#### Chapitre 10 • Équations différentielles

### § 4 QUESTIONS DE COURS

**Q1** — Définition de la dérivabilité ponctuelle, du nombre dérivé, de la tangente [C8.45, énoncé, figure]. Une formule de trigonométrie hyperbolique [C8.141, énoncé, démonstration].

- Q2** — Définition d'une fonction paire [C8.14(1)]. Quotient de deux fonctions dérivables [C8.55, énoncé]. Propriétés algébriques de la fonction exponentielle [C8.86, énoncé, démonstration].
- Q3** — Définition d'une fonction impaire [C8.14(2)]. Produit de deux fonctions dérivables [C8.53, énoncé]. Dérivabilité et dérivée de la fonction logarithme népérien [C8.99, énoncé, démonstration].
- Q4** — Critères différentiels de stricte monotonie [C8.68, énoncé]. Propriétés algébriques de la fonction  $\ln$  [C8.97, énoncé, démonstration].
- Q5** — Définition d'une fonction périodique [C8.14(3)]. Composée de deux fonctions dérivables [C8.56, énoncé]. Propriétés de la fonction  $\text{ch}$  [C8.147, énoncé, démonstration].
- Q6** — Inverse d'une fonction dérivable [C8.54, énoncé]. Théorème de la bijection [C8.74, énoncé]. Propriétés de la fonction  $\text{ch}$  [C8.147, énoncé, démonstration, courbe].
- Q7** — Critères différentiels de monotonie [C8.67, énoncé]. Propriétés de la fonction  $\text{sh}$  [C8.148, énoncé, démonstration, courbe].
- Q8** — Caractérisation des fonctions dérivables constantes [C8.66, énoncé]. Propriétés de la fonction  $\text{th}$  [C8.149, énoncé, démonstration, courbe].
- Q9** — Définition d'une fonction minorée, majorée, bornée [C8.40, énoncé]. Caractérisation des fonctions bornées [C8.41, énoncé et démonstration]. Dérivabilité et dérivée d'une fonction réciproque [C8.75, énoncé].
- Q10** — Définition de la fonction Arcsin [C8.154, énoncé]. Propriété de la fonction Arcsin [C8.157, énoncé, démonstration, courbe].
- Q11** — Définition de la fonction Arctan [C8.168, énoncé]. Propriété de la fonction Arctan [C8.169, énoncé, démonstration, courbe].
- Q12** — Pour tout  $x \in \mathbb{R}_+$  :

$$e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

et corollaire [C8.94, énoncé, démonstration]. Pour tout  $x \geq 1$  :

$$0 \leq \ln(x) \leq 2\sqrt{x} - 2$$

et corollaire [C8.109, énoncé, démonstration]. Croissances comparées [C8.116, énoncé].

**Q13** — Définition des fonctions puissances [C8.111, énoncé]. Dérivabilité et dérivée d'une fonction puissance [C8.112(3)-(4), énoncé]. Propriétés algébriques des fonctions puissances [C8.115, énoncé, démonstration].

**Q14** — Domaines de validité des identités suivantes :

$$\exp(\ln(x)) = x \quad \text{Arcsin}(\sin(x)) = x \quad \tan(\text{Arctan}(x)) = x \quad \text{Arccos}(\cos(x)) = x \quad \sin(\text{Arcsin}(x)) = x$$

[C8.96, C8.154, C8.160, C8.168, énoncé et justification]. Simplification de  $\text{Arccos} + \text{Arcsin}$  [C8.164, énoncé, démonstration].

## § 5 APRÈS LA COLLE

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examinateur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.