

PROGRAMME DE COLLE

SOMMES ET PRODUITS

§ 1 DÉROULEMENT DE LA COLLE

La colle comporte deux phases.

- (1) Rédaction d'une question de cours (**8 points • 20 minutes maximum**) : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.
- (2) Résolution d'exercices proposés par l'examineur (**12 points**) : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

§ 2 PROGRAMME

Chapitre 5 • Sommes et produits • [PDF]

- Sommes et produits d'une famille finie de nombres complexes
- Changement d'indice
- Sommes et produits télescopiques
- Somme de termes en progression géométrique
- Différence de deux puissances n -ièmes, où $n \in \mathbb{N}^*$
- Regroupement de termes dans une somme ou un produit
- Sommes doubles
- Factorielle d'un entier
- Coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton

§ 3 À VENIR

Chapitre 6 • Petits systèmes linéaires

Chapitre 7 • Inégalités dans \mathbb{R}

§ 4 QUESTIONS DE COURS

Q1 — Définition d'une somme et d'un produit d'une famille finie de nombres complexes [C5.5, énoncé et justification du caractère bien défini]. Valeur de $S_1(n) := \sum_{k=1}^n k$, où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.11, énoncé et démonstration par récurrence].

Q2 — Changement d'indice [C5.17, énoncé et démonstration]. Calcul de $\sum_{i=1}^n i q^i$ avec le changement d'indice $j = i - 1$, où $(n, q) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{C}$ [C5.37].

Q3 — Sommes télescopiques [C5.28, énoncé et démonstration]. Calcul de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3 + 3k^2 + 2k}$ où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.26].

Q4 — Sommes de termes en progression géométrique [C5.32, énoncé et démonstration]. Étant donné $n \in \mathbb{N}^*$, calcul de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$ [C5.30].

Q5 — Factorisation d'une différence de deux puissances n -ièmes, où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.39, énoncé et démonstration]. Calcul de $\sum_{k=1}^n (-1)^k k$ où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.52].

Q6 — Définition d'une partition d'un ensemble fini [C5.42]. Regroupement des termes dans une somme ou un produit [C5.45, énoncé et démonstration].

Q7 — Sommes rectangulaires [C5.55, énoncé et explication à l'aide d'un schéma]. Calcul de $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \min\{i, j\}$ où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.57].

Q8 — Formules d'inversion [C5.60, énoncé intégral et explication de la première formule à l'aide d'un schéma]. Valeur de $S_2(n) := \sum_{k=1}^n k^2$, où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.11, énoncé].

Q9 — Produit de deux sommes finies [C5.66, énoncé et démonstration]. Calcul de $\sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{i}{j}$ où $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ [C5.64].

Q10 — Définition des coefficients binomiaux [C5.75]. Propriétés des coefficients binomiaux [C5.78, énoncé intégral et démonstration de la relation de Pascal].

Q11 — Formule du binôme de Newton [C5.84, énoncé et démonstration]. Calcul de $\sum_{k=1}^n (-1)^k \binom{n}{k}$ où $n \in \mathbb{N}^*$ [C5.85].

§ 5 APRÈS LA COLLE

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examineur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.