

PROGRAMME DE COLLE

APPLICATIONS LINÉAIRES II

§ 1 DÉROULEMENT DE LA COLLE

La colle comporte deux phases.

- (1) Rédaction d'une question de cours (**8 points • 20 minutes maximum**) : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.
- (2) Résolution d'exercices proposés par l'examineur (**12 points**) : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

§ 2 PROGRAMME

Chapitre 20 • Applications linéaires [PDF]

- Définition et exemples fondamentaux
- Opérations sur les applications linéaires
- Noyau, image et rang
- Endomorphismes
- Théorème du rang
- Détermination d'une application linéaire
- Formes linéaires et hyperplan

§ 3 À VENIR

Chapitre 21 « Intégration ».

§ 4 QUESTIONS DE COURS

Q1 — Construction d'une application linéaire via une base de la source [C20.60, énoncé et démonstration]. Critère pour qu'une application linéaire soit injective/surjective/bijective via l'image d'une base de sa source [C20.62, énoncé et démonstration].

Q2 — Définition de deux \mathbb{K} -espaces vectoriels isomorphes [C20.64]. Caractérisation des \mathbb{K} -espaces vectoriels de dimension finie $n \geq 1$ [C20.66, énoncé et démonstration]. Critère d'isomorphie pour deux \mathbb{K} -espaces vectoriels de dimension finie [C20.67, énoncé et démonstration].

Q3 — Injectivité/surjectivité pour une application linéaire entre deux \mathbb{K} -espaces vectoriels de même dimension finie [C20.68, énoncé et démonstration]. Définition d'un endomorphisme inversible à gauche/droite [C20.70]. Inversibilité à droite/gauche pour un endomorphisme d'un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension finie [C20.73, énoncé et démonstration].

Q4 — Dimension d'un espace d'applications linéaires [C20.74, énoncé et démonstration].

Q5 — Définition d'une forme linéaire [C20.78]. Base duale d'une base d'un espace de dimension finie [C20.80, énoncé et démonstration].

Q6 — Sous-espaces supplémentaires et construction d'applications linéaires [C20.75, énoncé et démonstration]. Propriété remarquable d'une forme linéaire non nulle [C20.84, énoncé et démonstration].

Q7 — Définition d'un hyperplan [C20.85]. Équation d'un hyperplan dans une base en dimension finie [C20.87, énoncé et démonstration].

Q8 — Caractérisation géométrique des hyperplans [C20.89, énoncé et démonstration]. Caractérisation des hyperplans en dimension finie [C20.92, énoncé].

Q9 — Critère pour que deux formes linéaires non nulles soient liées [C20.94, énoncé et démonstration]. Des équations d'un hyperplan dans une base en dimension finie [C20.95, énoncé et démonstration].

Q10 — Sous-espaces vectoriels et intersections d'hyperplans [C20.97, énoncé et démonstration].

Q11 — Si $n \in \mathbb{N}^*$, x_0, x_1, \dots, x_n des réels deux-à-deux distincts, pour tout $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$

$$f_k \quad \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}_n[X] \longrightarrow \mathbb{R} \\ P \longmapsto \tilde{P}(x_k) \end{array} \right.$$

alors la famille (f_0, f_1, \dots, f_n) est une base de $\mathbb{R}_n[X]^*$ et démonstration/explicitation de l'unique base (P_0, P_1, \dots, P_n) de $\mathbb{R}_n[X]$ dont la base duale est (f_0, f_1, \dots, f_n) [C20.99, résolution].

§ 5 APRÈS LA COLLE

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examineur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.