Programme de colle
Nombres complexes 1/2

§ 1 Déroulement de la colle

La colle comporte deux phases.

(1) Rédaction d'une question de cours **(10 points • 25 minutes maximum)** : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.

(2) Résolution d'exercices proposés par l'examinateur **(10 points)** : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

§ 2 Programme

Chapitre 3 • Nombres complexes (début) • [PDF partiel]

- L'ensemble des nombres complexes
- Opérations sur les complexes
- Représentation géométrique des nombres complexes
- Conjugaison
- Modules
- Lieux géométriques
- Inégalité triangulaire
- Deux formules sommatoires
- Nombres complexes de module 1
- Formes trigonométriques d'un nombre complexe non nul

§ 3 À venir

Chapitre 3 • Nombres complexes (fin)

- Racines carrées d'un nombre complexe non nul
- Équation du second degré
- Des équations algébriques de degrés supérieurs
- Racines de l'unité
- Exponentielle complexe
- Applications des nombres complexes à la géométrie plane

§ 4 Questions de cours

Q1 — Définition de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{C}$ [C3.12]. Nombre complexe inversible et inverse d'un tel [C3.20, énoncé et démonstration]. Inversibilité et inverse d'un nombre complexe non nul [C3.23, énoncé et démonstration].

Q2 — Définition du conjugué d'un nombre complexe [C3.39]. Interprétation géométrique de la conjugaison [C3.40, énoncé, schéma et explication]. Propriétés algébriques de la conjugaison complexe [C3.42, énoncé et démonstration].

Q3 — Rappels sur la racine carrée d'un nombre réel positif ou nul : définition et multiplicativité [C3.47, énoncé intégral et démonstration de la multiplicativité]. Définition du module d'un nombre complexe [C3.48]. Interprétation géométrique du module d'un nombre complexe [C3.52, énoncé, schéma et explication]. Carré du module et conjugaison [C3.54, énoncé]. Inverse d'un nombre complexe non nul, conjugaison et module [C3.55, énoncé]. Propriétés algébriques du module [C3.57, énoncé et démonstration].

Q4 — Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $\mathrm{Re}(z) \leqslant |z|$ [C3.66, démonstration]. Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ [C3.67, énoncé et démonstration]. Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ [C3.68, énoncé].

Q5 — Somme de termes en progression géométrique [C3.73, énoncé et démonstration]. Factorisation d'une différence de puissances [C3.75, énoncé et démonstration]. Si $(x,n) \in \mathbb{R} \times \mathbb{N}$, calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ [C3.92].

Q6 — Définition de e^{it} où $t \in \mathbb{R}$ [C3.79]. Cas d'égalité de deux nombres de la forme e^{it} où $t \in \mathbb{R}$ [C3.81, énoncé]. Exponentielle d'une somme de deux imaginaires purs [C3.84, énoncé et démonstration]. Formule de Moivre [C3.93, énoncé et démonstration]. Si $t \in \mathbb{R}$, expression de $\cos(3t)$ comme un polynôme en $\cos(t)$ en appliquant la formule de Moivre [C3.94, variante].

Q7 — Formules d'Euler [C3.87, énoncé et démonstration]. Calcul d'une primitive de la fonction $\sin^3$ en appliquant les formules d'Euler [C3.88, variante]. Technique de l'angle moité [C3.89, énoncé, figure et démonstration]. Si $(p,q) \in \mathbb{R}^2$, calculs de factorisations de $\cos(p)+\cos(q)$, $\cos(p)-\cos(q)$, $\sin(p)+\sin(q)$, $\sin(p)-\sin(q)$ [C3.91].

Q8 — Définition d'une forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul [C3.95, énoncé et figure]. Cas d'égalité de deux formes trigonométriques [C3.98, énoncé]. Une méthode pour calculer une forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul [C3.99, présentation de la démarche avec explications]. Exemple de calcul d'une « grande puissance » d'un nombre complexe non nul possédant une forme trigonométrique explicite (au choix de l'interrogateur). Présentation de la transformée de Fresnel via une forme trigonométrique [C3.101, présentation de la démarche avec explications].

Q9 — Définition d'un argument d'un nombre complexe non nul [C3.103]. Définition du symbole $\arg(z)$ où $z \in \mathbb{C}^*$ [C3.106]. Interpréation géométrique de la notion d'argument [C3.109, énoncé]. Propriétés des arguments [C3.110, énoncé, figure et démonstration]. Si $(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*$ alors les points $O, M(z_1)$ et $M(z_2)$ sont alignés si et seulement si $\arg(z_1) = \arg(z_2)\ [\pi]$ [TD du lundi 26 septembre, démonstration].

§ 5 Après la colle

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examinateur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.