

# PROGRAMME DE COLLE

## NOMBRES RÉELS ET SUITES NUMÉRIQUES

### § 1 DÉROULEMENT DE LA COLLE

La colle comporte deux phases.

- (1) Rédaction d'une question de cours (**8 points • 20 minutes maximum**) : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.
- (2) Résolution d'exercices proposés par l'examineur (**12 points**) : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

### § 2 PROGRAMME

#### Chapitre 11 • Nombres réels et suites numériques [PDF]

- Ensembles de nombres usuels
- Densité de  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ .
- Propriété de la borne supérieure.
- Généralités sur les suites réelles.
- Limite d'une suite réelle.
- Passage à la limite dans une inégalité large.
- Théorèmes fondamentaux d'existence de limite
- Suites extraites
- Suites arithmétiques
- Suites géométriques
- Suites arithmético-géométriques
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

### § 3 À VENIR

#### Chapitre 12 • Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

### § 4 QUESTIONS DE COURS

- Q1** — Écriture d'un entier en base  $b$  [C11.3, énoncé intégral et démonstration de l'existence].
- Q2** —  $\mathbb{Q}$  est dense dans  $\mathbb{R}$  [C11.17, énoncé formalisé et démonstration].  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  est dense dans  $\mathbb{R}$  [C11.18, énoncé formalisé et démonstration].
- Q3** — Définition de la borne supérieure d'une partie  $A$  de  $\mathbb{R}$  [C11.21 (1)]. Caractérisation « epsilon » de la borne supérieure [C11.28, énoncé et démonstration].

**Q4** — Définition d'un intervalle de  $\mathbb{R}$  [C11.39]. Description d'un intervalle de  $\mathbb{R}$  non vide, non minoré et majoré [C11.40, énoncé et démonstration].

**Q5** — Définition d'une suite réelle convergeant vers un réel  $\ell$  [C11.51, énoncé et figure]. Unicité de la limite [C11.57, énoncé formalisé et démonstration].

**Q6** — Définition d'une suite réelle divergeant vers  $+\infty$  [C11.52 (1), énoncé et figure]. Une suite réelle convergente est bornée [C11.59, démonstration].

**Q7** — Définition d'une suite réelle divergeant vers  $-\infty$  [C11.52 (2), énoncé et figure]. Comportement asymptotique d'une somme de deux suites convergentes [C11.62 (a), énoncé et démonstration].

**Q8** — Définition d'une suite bornée [C11.42 (3), énoncé et figure]. Produit d'une suite bornée par une suite convergeant vers 0 [C11.64, énoncé et démonstration].

**Q9** — Définition d'une suite réelle convergeant vers un réel  $\ell$  [C11.51, énoncé et figure]. Théorème d'existence d'une limite finie par encadrement [C11.68, énoncé et démonstration].

**Q10** — Définition d'une suite réelle divergeant vers  $+\infty$  [C11.52 (1), énoncé et figure]. Théorème de divergence vers  $+\infty$  par domination [C11.71, énoncé et démonstration].

**Q11** — Théorème de la limite monotone [C11.75, énoncé intégral et démonstration dans la cas croissant].

**Q12** — Définition de deux suites adjacentes [C11.77, énoncé et figure]. Théorème des suites adjacentes [C11.78, énoncé et démonstration].

**Q13** — Définition d'une suite extraite [C11.80]. Limite d'une suite extraite d'une suite possédant une limite [C11.84 énoncé et démonstration en admettant le lemme clé].

**Q14** — Théorème de Bolzano-Weierstraß [C11.91 énoncé et démonstration par dichotomie avec heuristique et figure]. *Seuls les élèves qui le désirent préparent cette question. Si un examinateur la propose, elle sera nécessairement couplée avec une autre et l'élève pourra choisir celle des deux qu'elle/il souhaite traiter.*

**Q15** — Définition d'une suite arithmético-géométrique [C11.120]. Calcul du terme général d'une suite arithmético-géométrique proposée par l'examineur, en suivant la démarche exposée en [C11.122].

**Q16** — Formule explicite pour le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 [C11.125]. Calcul du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 proposée par l'examineur.

## § 5 APRÈS LA COLLE

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examineur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.