

PROGRAMME DE COLLE

LOGIQUE, RAISONNEMENT, TRIGONOMETRIE

§ 1 DÉROULEMENT DE LA COLLE

La khôlle comporte deux phases.

- (1) Rédaction d'une question de cours (**10 points • 30 minutes maximum**) : la colle débute par une des questions de cours listées dessous.
- (2) Résolution d'exercices proposés par l'examineur (**10 points**) : la colle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

§ 2 PROGRAMME

Chapitre 1 • Logique et raisonnement • [PDF]

- Calcul propositionnel
- Implication et équivalence
- Quantificateurs
- Raisonnement par disjonction de cas
- Raisonnement par contraposition
- Raisonnement par l'absurde
- Raisonnement par analyse-synthèse
- Raisonnements par récurrence

Chapitre 2 • Trigonométrie • [PDF]

- Rappels de géométrie plane
- Enroulement de la droite réelle autour du cercle unité
- Cosinus et sinus d'un nombre réel
- Équations et inéquations trigonométriques
- Formulaire de trigonométrie pour cosinus et sinus
- Fonctions cosinus et sinus
- Fonction tangente

§ 3 À VENIR

Chapitre 3 • Nombres complexes • [PDF partiel]

§ 4 QUESTIONS DE COURS

Q1 — Définition de l'implication [C1.18, énoncé]. Expression de l'implication à l'aide de \neg et \vee [C1.23, énoncé]. Expression de la négation d'une implication [C1.24, énoncé et démonstration]. Définition de la contraposée d'une implication [C1.31.2]. Une implication et sa contraposée ont même valeur de vérité [C1.33, démonstration]. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, n est pair si et seulement si n^2 est pair [C1.40, démonstration].

Q2 — Le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel [C1.60, démonstration en admettant le dernier résultat de Q1]. Tout nombre entier naturel non nul est produit d'une puissance de 2 par un nombre impair [C1.70, énoncé formalisé, démonstration].

Q3 — Toute fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit d'une unique manière comme somme d'une fonction paire $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et d'une fonction impaire $i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ [C1.62, démonstration]. Valeur de la somme $\sum_{k=1}^n k^2$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ [C1.64, énoncé, démonstration].

Q4 — Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite définie par $u_0 = 3$, $u_1 = 5$ et la relation de récurrence $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$ valable pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^{n+1} + 1$ [C1.68, démonstration]. Définition de la relation de congruence modulo 2π [C2.10]. La relation de congruence modulo 2π est une relation d'équivalence [C2.11, énoncé formalisé, démonstration].

Q5 — Définition du cosinus et du sinus d'un nombre réel [C2.13, figure, énoncé]. Relation de Pythagore [C2.15, figure, énoncé, démonstration]. Effets de cinq de transformations affines sur cosinus et sinus [C2.16, figures, énoncé, démonstration]. Cas d'égalité des cosinus [C2.18, figure, énoncé, démonstration]. Cas d'égalité des sinus [C2.19, figure, énoncé].

Q6 — Table des valeurs remarquables pour cosinus, sinus et tangente [C2.17 et C2.57, figure, énoncé]. Résolution (géométrique) de l'inéquation $\sin(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ d'inconnue $x \in]-\pi, \pi]$ [C2.21]. Formules d'addition pour cosinus et sinus [C2.22, figure, énoncé, démonstration].

Q7 — Résolution de l'équation $\sqrt{3} \cos(x) + \sin(x) = 1$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ [C2.24]. Formule de duplication pour cosinus et sinus [C2.25, énoncé, démonstration]. Valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ [C2.26, calculs, les expressions ne sont pas à connaître par cœur]. Transformation de produits en sommes pour cosinus et sinus [C2.29, énoncé, démonstration]. Primitives des fonctions \cos^2 et \sin^2 sur \mathbb{R} [C2.28, calculs, les expressions ne sont pas à connaître par cœur].

Q8 — Deux inégalités géométriques fondamentales pour cosinus et sinus [C2.35, figures, énoncé, démonstration]. Limites fondamentales pour cosinus et sinus [C2.36, énoncé, démonstration]. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(2x)}$ [C2.37, calcul]. Dérivabilité et dérivée de cosinus et sinus [C2.38, énoncé intégral, démonstration pour cosinus].

Q9 — Domaine de définition de la fonction tangente [C2.44, énoncé]. Définition de la fonction tangente [C2.45]. Effets de deux transformations affines sur tangente [C2.46, figures, énoncé, démonstration]. Périodicité et imparité de tangente [C2.47, énoncé formalisé, démonstration]. Dérivabilité de la fonction tangente [C2.51, énoncé, démonstration]. Tableau de variations (avec limite) de la fonction tangente et allure de la courbe représentative de tangente [C2.56, énoncé, démonstration pour la limite, figure].

Q10 — Calcul de $\tan\left(\frac{35\pi}{3}\right)$ [C2.48]. Interprétation géométrique de $\tan(x)$ où $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ [C2.50, figure, énoncé et démonstration]. Formules d'addition pour tangente [C2.58, énoncé, démonstration]. Ensemble de définition de

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

et simplification de l'expression [C2.59]. Tangente de l'angle moitié [C2.61, énoncé, démonstration].

§ 5 APRÈS LA COLLE

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examineur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre colle.