

LISTE DE HUIT POINTS DES COURS DE SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUE

Ci-dessous sont listés huit points des cours de spécialité de mathématique de première et de terminale qu'il convient d'étudier et de maîtriser avant la rentrée.

§ 1 SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUE DE PREMIÈRE

1. DÉRIVATION

- Taux de variation. Sécantes à la courbe représentative d'une fonction en un point donné.
- Nombre dérivé d'une fonction en un point, comme limite du taux de variation. Notation $f'(a)$.
- Tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point, comme « limite des sécantes ». Pente. Équation : la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est la droite d'équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.
- Fonction dérivable sur un intervalle. Fonction dérivée.
- Fonction dérivée des fonctions carré, cube, inverse, racine carrée.
- Opérations sur les fonctions dérivables : somme, produit, inverse, quotient, fonction dérivée de $x \mapsto g(ax + b)$
- Pour n dans \mathbb{Z} , fonction dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$.
- Fonction valeur absolue : courbe représentative, étude de la dérivabilité en 0.

2. FONCTION EXPONENTIELLE

- Définition de la fonction exponentielle, comme unique fonction dérivable sur \mathbb{R} vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$. Notation $\exp(x)$.
- Pour tous réels x et y , $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$ et $\exp(x) \exp(-x) = 1$. Nombre e . Notation e^x .
- Pour tout réel a , la suite (e^{na}) est une suite géométrique.
- Signe, sens de variation et courbe représentative de la fonction exponentielle.

3. FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

- Cercle trigonométrique. Longueur d'arc. Radian.
- Enroulement de la droite sur le cercle trigonométrique. Image d'un nombre réel.
- Cosinus et sinus d'un nombre réel. Lien avec le sinus et le cosinus dans un triangle rectangle. Valeurs remarquables.
- Fonctions cosinus et sinus. Parité, périodicité. Courbes représentatives.

§ 2 SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUE DE TERMINALE

4. FONCTION LOGARITHME

- Fonction logarithme népérien, notée \ln , construite comme réciproque de la fonction exponentielle.
- Propriétés algébriques du logarithme.
- Fonction dérivée du logarithme, variations.
- Limites en 0 et en $+\infty$, courbe représentative. Lien entre les courbes représentatives des fonctions logarithme népérien et exponentielle.
- Croissance comparée du logarithme népérien et de $x \mapsto x^n$ en 0 et en $+\infty$.

5. FONCTIONS SINUS ET COSINUS

- Fonctions trigonométriques sinus et cosinus : dérivées, variations, courbes représentatives.

6. COMPLÉMENTS SUR LA DÉRIVATION

- Composée de deux fonctions, notation $v \circ u$. Relation $(v \circ u)' = (v' \circ u) \times u'$ pour la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables.
- Dérivée seconde d'une fonction.
- Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de f' , la positivité de f'' .
- Point d'inflexion.

7. PRIMITIVES, ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- Équation différentielle $y' = f$. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.
- Primitives des fonctions de référence : $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$, exponentielle, sinus, cosinus.
- Équation différentielle $y' = ay$, où a est un nombre réel; allure des courbes. Équation différentielle $y' = ay + b$.

8. CALCUL INTÉGRAL

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a, b]$, comme aire sous la courbe représentative de f . Notation $\int_a^b f(x) dx$.
- Théorème : si f est une fonction continue positive sur $[a, b]$, alors la fonction F_a définie sur $[a, b]$ par $F_a(x) = \int_a^x f(t) dt$ est la primitive de f qui s'annule en a .
- Sous les hypothèses du théorème, relation $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f . Notation $[F(x)]_a^b$.
- Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.
- Définition par les primitives de $\int_a^b f(x) dx$ lorsque f est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant a et b .
- Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles.
- Valeur moyenne d'une fonction.
- Intégration par parties.