

MP

Lycée Chrestien de Troyes

Mathématique



Programme de khôlle de la semaine 6

4–9 octobre

Révisions d'algèbre linéaire II



David BLOTTIÈRE

Déroulement de la khôlle

La khôlle comporte deux phases.

1. Rédaction d'une question de cours (10 points - 20 minutes maximum) : la khôlle débute par une des questions de cours listées dessous.
2. Résolution d'exercices proposés par l'examinatrice/teur (10 points) : la khôlle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

Programme

- Chapitre 3 *Révisions d'algèbre linéaire* [PDF]
 - Espaces vectoriels : définition et espaces vectoriels usuels.
 - Sous-espaces vectoriels : définition, intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels, somme de deux sous-espaces vectoriels, somme directe de deux sous-espaces vectoriels, somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels, somme directe d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels), sous-espaces vectoriels supplémentaires, sous-espaces vectoriels engendrés.
 - Familles finies remarquables : familles finies génératrices, familles finies libres, bases finies.
 - Dimension finie : espaces vectoriels de dimension finie, théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète, cardinaux des familles remarquables et dimension ; dimensions des sous-espaces vectoriels.
 - Applications : notion d'application linéaire, noyau et image d'une application linéaire, applications linéaires et dimension finie.
 - Matrices d'applications linéaires : coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'une application linéaire dans des bases, composée d'applications linéaires versus produit matriciel, application linéaire canoniquement associée à une matrice, matrices de passage, théorème de changement de bases pour les applications linéaires.
 - Matrices : structure de \mathbf{K} -espace vectoriel sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$, produit matriciel, matrices carrées, matrices carrées inversibles, trace, transposée.

À venir

Chapitre 4 *Espaces vectoriels normés*.

Questions de cours

- Q1.** — Définition d'une application linéaire (C3.103) ; Image directe et image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire (C3.109, énoncé et démonstration).
- Q2.** — L'application réciproque d'un isomorphisme est linéaire (C3.108, énoncé précis et démonstration) ; Critère d'injectivité d'une application linéaire (C3.113, énoncé et démonstration).
- Q3.** — Théorème du rang (C3.116, énoncé et démonstration).
- Q4.** — Détermination de l'image d'une application linéaire via une famille génératrice de sa source (C3.112, énoncé et démonstration) ; Critères d'isomorphie et dimension finie (C3.118, énoncé et démonstration).

Q5. — Calculs d'images d'une application linéaire via sa matrice dans des bases (C3.127, énoncé et démonstration); Lien fondamental entre composée d'applications linéaires et produit de matrices (C3.131, énoncé et démonstration).

Q6. — Rang d'une matrice en fonction de ses vecteurs colonnes (C3.139, énoncé et démonstration); Critère d'inversibilité d'une matrice via son noyau (C3.140, énoncé et démonstration).

Q7. — Définition d'une matrice de passage (C3.142); Propriétés d'une matrice de passage (C3.143, énoncé et démonstration); Théorème de changement de bases pour les applications linéaires (C3.146, énoncé et démonstration).

Q8. — Formule du binôme de Newton pour deux matrices qui commutent (C3.165, énoncé et démonstration)]; Factorisation de la différence de deux puissances de matrices qui commutent (C3.166, énoncé et démonstration).

Q9. — Définition d'une matrice carrée inversible (C3.169); Inversibilité et inverse du produit de deux matrices inversibles (C3.172, énoncé et démonstration); Affaiblissement de la condition d'inversibilité pour les matrices (C3.174, énoncé et démonstration d'une des deux propriétés).

Q10. — Propriétés de la trace (C3.177, énoncé intégral et démonstration du résultat sur le produit); Trace d'un endomorphisme (C3.178, énoncé et démonstration de l'indépendance relativement à la base choisie); Propriétés de la transposée (C3.181, énoncé intégral et démonstration du résultat sur le produit).

Après la khôlle

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examinatrice/teur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez *sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre khôlle*.