

# M P

Lycée Chrestien de Troyes

Mathématique



Programme de khôlle de la semaine 5

27 septembre – 1<sup>er</sup> octobre

Révisions d'algèbre linéaire I



David BLOTTIÈRE

## Déroulement de la khôlle

La khôlle comporte deux phases.

1. Rédaction d'une question de cours (10 points - 20 minutes maximum) : la khôlle débute par une des questions de cours listées dessous.
2. Résolution d'exercices proposés par l'examinatrice/teur (10 points) : la khôlle se poursuit avec des exercices que vous ne connaissez pas à l'avance et que vous résoudrez au tableau, sans temps de préparation sur feuille.

## Programme

- Chapitre 3 *Révisions d'algèbre linéaire* [PDF]
  - Espaces vectoriels : définition et espaces vectoriels usuels.
  - Sous-espaces vectoriels : définition, intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels, somme de deux sous-espaces vectoriels, somme directe de deux sous-espaces vectoriels, somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels, somme directe d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels), sous-espaces vectoriels supplémentaires, sous-espaces vectoriels engendrés.
  - Familles finies remarquables : familles finies génératrices, familles finies libres, bases finies.
  - Dimension finie : espaces vectoriels de dimension finie, théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète, cardinaux des familles remarquables et dimension; dimensions des sous-espaces vectoriels.

## À venir

Fin du Chapitre 3 *Révisions d'algèbre linéaire* [PDF] : Applications linéaires (notion d'application linéaire, noyau et image d'une application linéaire, applications linéaires et dimension finie); Matrices d'applications linéaires (coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'une application linéaire dans des bases, composée d'applications linéaires versus produit matriciel, application linéaire canoniquement associée à une matrice, matrices de passage, théorème de changement de bases pour les applications linéaires); Matrices (structure de  $\mathbf{K}$ -espace vectoriel sur  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$ , produit matriciel, matrices carrées, matrices carrées inversibles, trace, transposée).

## Questions de cours

- Q1.** — Définition d'un sous-espace vectoriel (C3.12); Critère pour être un sous-espace vectoriel (énoncé et démonstration, C3.14).
- Q2.** — Somme de deux sous-espaces vectoriels (énoncé et démonstration, C3.23).
- Q3.** — Définition d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels (C3.27); Critère pour que deux sous-espaces vectoriels soient en somme directe (énoncé et démonstration, C3.28).
- Q4.** — Définition de la somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels (C3.31); Structure de la somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels (énoncé et démonstration, C3.32).
- Q5.** — Définition d'une somme directe d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels (C3.33); Critère pour qu'un nombre fini de sous-espaces vectoriels soient en somme directe (énoncé et démonstration, C3.34).

- Q6.** — Sous-espace vectoriel engendré par une partie (énoncé et démonstration, C3.44) ; Description du sous-espace vectoriel engendré par une partie finie (énoncé et démonstration, C3.46).
- Q7.** — Définition d'une famille finie génératrice (C3.51) ; Définition d'une famille finie libre (C3.55) ; Une famille de vecteurs  $(u_1, \dots, u_n)$  d'un  $\mathbf{K}$ -espace vectoriel  $E$  est liée si et seulement si un des vecteurs  $u_1, \dots, u_n$  est combinaison linéaire des autres (démonstration).
- Q8.** — Construction de bases adaptées à une décomposition en somme directe (énoncé et démonstration, C3.62).
- Q9.** — Lemme clé pour le théorème de la base extraite (énoncé et démonstration, C3.84) ; Théorème de la base extraite (énoncé, C3.85).
- Q10.** — Lemme clé pour le théorème de la base incomplète (énoncé et démonstration, C3.86) ; Théorème de la base incomplète (énoncé, C3.87).
- Q11.** — Théorème sur la dimension et le cardinal des familles remarquables (énoncé et démonstration, C3.93).
- Q12.** — Théorème sur la dimension d'un sous-espace vectoriel (énoncé et démonstration, C3.94).
- Q13.** — Critère d'égalité de deux sous-espaces vectoriels en dimension finie (énoncé et démonstration, C3.97).
- Q14.** — Formules de Grassmann (énoncé et démonstration, C3.98).
- Q15.** — Définition de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires (C3.37) ; Critère pour que deux sous-espaces vectoriels soient supplémentaires (énoncé, C3.39) ; Critère pour être supplémentaires en dimension finie (énoncé et démonstration, C3.101).

## Après la khôlle

Vous repartirez avec les énoncés des exercices que vous a proposés l'examinatrice/teur. Vous collerez cet énoncé sur une feuille simple et vous en rédigerez une solution soignée que vous me remettrez *sans faute à la fin du TD du lundi suivant votre khôlle*.