DL3 – calcul différentiel

Énoncé.
Soit f l'application définie par

$$f \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & x^3-3x+xy^2\,. \end{array} \right.$$

1. Démontrer que f est différentiable sur $\mathbb{R}^2$.
2. Un point $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ est appelé **point critique de** f si $\mathrm{d}f(x,y)=0_{\mathscr{L}(\mathbb{R}^2,\mathbb{R})}$. Déterminer les points critiques de f.