

DL2 – calcul différentiel

Énoncé.

On munit \mathbb{R}^2 de sa norme euclidienne, définie par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \|(x, y)\| := \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Soit la fonction f de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 définie par, pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$f(x, y) = (\sin(x + 2y), \cos(2x + y))$$

1. Démontrer que la fonction f est différentiable en tout vecteur $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ et écrire sa matrice Jacobienne en (x, y) .
2. Démontrer que pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, l'application $df(x, y)$ est 3-lipschitzienne.