Lycée Benjamin Franklin
D. Blottière, B. Mollier

Évaluation 2

Lundi 12 janvier de 17h à 18h

Consignes

- Se connecter sur le compte administrateur des machines.

Identifiant : `Administrateur` Mot de passe : `nt123`

- Tous les programmes seront documentés.

Exercice

Soit f la fonction définie par

$$\left|\begin{array}{cccc} f & : & [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & & x & \longmapsto & x^3+x-1 \end{array}\right.$$

La fonction f est

- définie sur $[0,1]$, qui est un intervalle ;
- continue sur $[0,1]$ puisque polynomiale ;
- strictement croissante sur $[0,1]$, puisque dérivable sur l'intervalle $[0,1]$ (polynomiale) et $f'(x) = 3x^2 + 1 \geq 1 > 0$ pour tout $x \in [0,1]$.

D'après le théorème de la bijection, la fonction

$$\left|\begin{array}{ccccc} \widetilde{f} & : & [0,1] & \longrightarrow & f([0,1]) = [-1,1] \\ & & x & \longmapsto & x^3+x-1 \end{array}\right.$$

est bijective. Comme $0 \in [-1,1]$, nous en déduisons que l'équation

$$x^3 + x - 1 = 0$$

d'inconnue $x \in [0,1]$ possède une unique solution. Nous noterons cette dernière α dans la suite.

1. Construire une fonction `sol_dichotomie`
- d'argument un flottant `precision`
- qui retourne une valeur approchée de α, calculée par *dichotomie*, avec une erreur inférieure à la valeur `precision` passée en paramètre.

2. Afficher la courbe représentative de la fonction f, afin de vérifier la cohérence du résultat obtenu à la question précédente.

3. Construire une fonction `sol_Newton`
- d'argument un flottant `precision`
- qui retourne une valeur approchée de α, calculée par la *méthode de Newton*, avec une erreur inférieure à la valeur `precision` passée en paramètre.